מבוא לכלכלה

מודל ב:

הגורם / האירוע/ההחלטה שמשפיע מהגורם שגם הוא שונה

בדומים שהם, שעלול לגרום לנ.ל (NPV) כלשהי ההסתברות לסכנות (A)

אלה. פעולה: פרס (מוסף) נשב לפני הגורם הזה

נל NPV	ההסתברות (p)
60	0.5
140	0.5

B

פעולה 2:

נל (NPV)	ההסתברות (p)
100	1

הבעיה עמדה מריבוי/הטרגות, הפעולה המוצלחת מהגורם הראשון

שם הקרוב, אין הפרס יותר אינה מריבוי עכשיו.

אנו נניח עמדה קרבינום שלא פ' הפרס יהיה שווה הוגנים אינה

מריבוי שעתה, הפ' שהיה קרבינום שנים, יהיה שווה הקבוצה

הרלוונטית שעתה, שעלול הין שני המריבוים (A ו- B) הבאה שיהיה שווה

הרלוונה אפ' קרבין עדיים ל A עדיה, אם פ' קרבין אחר של B עדיה

אם פ' קרבין גדול שהיה הרבה, אם פ' קרבין גדול הרבה אז נתן שאין

הרחבות לתוחלת מותנית ותוחלת מותנית

1. הגדרה תוחלת משוקלל - תוחלת הגדרה זו מתבססת על הרעיון שבהתפלגות משוקלל הוא רק תוחלת רגילה. תוחלת משוקלל מוגדרת ע"י נוסחת תוחלת רגילה.

$$E(x) = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = \sum p_i \cdot x_i$$

משוקלל

דוגמה: (מבחן) נניח בסל מתנות הבאות:

C	
NPV	P
36	$\frac{1}{6}$
64	$\frac{1}{3}$
144	$\frac{1}{2}$

מהם הערכים המצופים לרווח C?

$$E_A(x) = 0.50 \cdot 60 + 0.50 \cdot 140 = 100$$

$$E_B(x) = 1 \cdot 100 = 100$$

$$E_C(x) = \frac{1}{6} \cdot 36 + \frac{1}{3} \cdot 64 + \frac{1}{2} \cdot 144 = 99.33$$

מהם המתנות לפי הרווח? A, B, C (מה C הוא לא רווחי לפי הרווח) אבל אותו דבר (רווח) אותו דבר

2. תוחלת מותנית

בהינתן מספר מאורעות שאם מתרחש מאורע (מסוים), מהם סיכוי מאורע אחר לקרות, אם לא מתרחש מאורע אחר מתרחש מאורע אחר מתרחש מאורע

1. $U(x) = \sqrt{x}$ $\quad 100 \to 10 \quad 200 \to 14.14 \quad 300 \to 17.32$ $\quad +10 \quad +4.14 \quad +3.18$

תוחלת מותנית מאורע מאורע. אם נתון מאורע מסוים מהם הסיכוי מאורע אחר לקרות.

... අවශ්‍යතා

සීමා

$U(x) = 2x$ $\xrightarrow{0} 0$, $\xrightarrow{100} 200$, $\xrightarrow{200} 400$, $\xrightarrow{300} 600$

3.2 වගුව

එනම් 'මට' තරා අනුව යමින් තමන් තමාගේ වර අනුගමනය කරන්න # අවශ්‍යතා

ප්‍රාන්ත වලදී / ප්‍රාන්ත අතර රටක් ආදායම ඒ තමාගේ පැමිණීමේ අවශ්‍යතා

$U = x^2$ $\xrightarrow{0} 0$, $\xrightarrow{100} 10,000$ (+10,000), $\xrightarrow{200} 40,000$ (+30,000), $\xrightarrow{300} 90,000$ (+50,000)

3.3 වගුව

එනම් 'මට' තමන් තමාගේ තාවකාලික ආදායම වැඩි වන විට # අවශ්‍යතා අවශ්‍යතා ප්‍රාන්ත වලට රටක ආදායම ඒ තමාගේ.

דוגמה: קרינת תועלת שולית

לפי פ. קרינת גם יכול לבטא מצב, יש תועלת שולית:

אם פונקציה התועלת היא $U=\sqrt{x}$

$x=0$ $\quad U=\sqrt{x}=0$

$x=25$ $\quad U=\sqrt{25}=5$ $\quad +5$

$x=50$ $\quad U=\sqrt{50}=7.07$ $\quad +7.07$

נשים לב שלדוגמא:

הגם שפונקציה התועלת שלו הוא רציונלי/הטרוגני היא $U=\sqrt{x}$

רואים בבירור כי לא מתקיים האקסיום:

A		B	
p	תוצאה	p	תוצאה
0.5	64	0.4	25
0.5	100	0.6	121

לפי קרינת תועלת הוא מעדיפים את הגורל שלה יותר תועלת. רואים ובדר את הסתברות לא מתקיים בגלל הגורל, לא מתקיים שאם הוא אפיל ביחס.

$$E_A(U)=\sum p_i\cdot U(x_i)=0.5\cdot\sqrt{64}+0.5\cdot\sqrt{100}=9$$

$$E_B(U)=0.4\cdot\sqrt{25}+0.6\cdot\sqrt{121}=8.6$$

מתוך זה רואים שבגלל A כיון שמתקיים תועלת הוא A מעדיף

B לא יותר.

בדוגמא הבאה: רואים אחר פונקציה התועלת היא x^2+100. כיון A לבין B

מה יקרה רואים לפי קרינת תועלת התועלת?

$$E_A(U)=0.5\cdot(64^2+100)+0.5\cdot(100^2+100)=7148$$

$$E_B(U)=0.4\cdot(25^2+100)+0.6\cdot(121^2+100)=9134.6$$

מתוך זה רואים יותר מעדיף B.

שיעור 5

קרי'ס ריין תורת ההעדפות:

Certainty Equivalent

#ערך ודאי שקול / שווה ערך ודאי:

(ערך ודאי ש CE)

p	תוצאה
0.85	100
0.15	80

שאלה: מהו הערך הודאי X שעבורו הפרט אדיש בין הסתברות A ?
הסתברות

הנחה: כפי ידוע הפונקציה ההולכת.

בדוגמא: נניח פונקציה לפונקציית ההשלמה היא = $U = 2\sqrt{X}$

#כדי למצוא את CE נחשב את תוחלת ההשלמה
של A וכן את תוחלת ההשלמה עבור ערך הודאי הקבוע:

תוחלת ההשלמה של A:

$$E_A(U) = 0.85 \cdot (2\sqrt{100}) + 0.15 \cdot (2\sqrt{80}) = 19.683$$

ערך ודאי שקול:

$$E(U) = 1 \cdot 2\sqrt{X}$$

#כדי למצוא את CE (שווה בין שתי תוחלות ההשלמה)

p	תוצאה
1	96.855

$$19.683 = 2\sqrt{X}$$
$$9.8415 = \sqrt{X}$$
$$X = (9.815)^2 = 96.855$$

בין הסתברות A לבין קבלת סכום ודאי של 96.855 הפרט אדיש ביניהם.

כפי אומר מסלם בין מציאת מעמד סכום שבבה ל 96.855 הוא היה מעדיף מאשר בהפצות שם פרט הסתברות A.
וגם בין מציאת פרס סכום מעל 96.855 הפרט היה מעדיף את A.

הרחבות הקו סיכון:

אין שאינטרס להשקיע אם הקו שווה סיכון, ניטרלי/אפשר סיכון ואולם סיכון.

נראה כי שלל הנתונים אינה הנכונה ביותר

$E(x) = 0.6 \cdot 80 + 0.4 \cdot 120 = 96$

כדי הפקדה הנוכחי A מהן קבוצה הנמוכה ביותר בהוצאות אם יהיה הקו?

1) הקו שאינו סיכון יעשיר את 96 הפרטים בהוצאות (הנמוכה ביותר) שלם הם הפקדה A.

2) הקו ניטרלי/אפשר סיכון, אפשר גם הנמוכה ביותר בהוצאות בפעמים: אפשר כדי 96 בהוצאות יהיו בהפקדה A.

3) הקו אוהב סיכון מעדיף את הפעמים שלם הקו קבוצה הנמוכה ביותר בהוצאות אפשר גם 96 בהוצאות יהיו בהפקדה A.

נניח כאן מישהו שלם פו נקבל את הפונקציה הקו הבאה פונקציה $\boxed{U = 2\sqrt{x} + 5x + 10}$ בפונקציה, מעדיף את הפעמים שלם הם 2

הפונקציה הקו:

$E_B(x) = 0.5 \cdot 100 + 0.3 \cdot 80 + 0.2 \cdot 20 = 78$

$E_A(U) = 0.4\left(2\sqrt{120} + 5 \cdot 120 + 10\right) + 0.6\left(2\sqrt{80} + 5 \cdot 80 + 10\right) = 509.407$

שלם ה. הנמוכה מתוכנים את הפונקציה הנכונה הנכונה לפונקציה:

1) אם הפונקציה הנכונה שלילית $(U''<0)$ הקו שונא סיכון

2) אם הפונקציה הנכונה אפס $(U''=0)$ הקו ניטרלי/אפשר סיכון

3) אם הפונקציה הנכונה חיובית $(U''>0)$ הקו אוהב סיכון.

פתרונות

1) מהו הערך הכספי של הסיכון הבא: $U=2\sqrt{x}+5x+10$?

$U=2x^{0.5}+5x+10$

$(2x^{0.5})'$

$=0.5\cdot 2x^{0.5-1}$

$U'=x^{-0.5}+5$

$U''=-0.5x^{-1.5}<0$

"מהו הערך הכספי הסיכון"

"נטיה שולית יורדת"

2) מהו הערך הכספי הסיכון הבא: $U=4x+8$

$U'=4$

$U''=0$

"נטיה שולית/ניטרלי"

$EA(u)=0.4\cdot(4\cdot 120+8)+0.6\cdot(4\cdot 80+8)=392$: A הערך הכספי הסיכון

$ED(u)=1\cdot(4\cdot 96+8)=392$

3) מהו הערך הכספי הסיכון הבא: $U=x^2$

$U'=2x$

$U''=2>0$

"נטיה עולה"

פתרון תרגיל 1 עמוד 8

פרויקט A		פרויקט B	
הסתברות	רווח	הסתברות	רווח
0.1	0	0.1	0
0.4	20	0.4	25
0.2	30	0.3	35
0.2	40	0.1	40
0.1	50	0.1	50

1. איזה פרויקט עדיף לפי קריטריון התוחלת הרווח? (נמוך)

$E(NPV)=\sum p\cdot NPV$

בקריטריון התוחלת הרווח בוחרים בהצעה שבאופן ממוצע לא קרוב אל המשקיע מהיכן.

$E(NPV)_A = 0.1\times 0 + 0.4\times 20 + 0.2\times 30 + 0.2\times 40 + 0.1\times 50 = 27$

$E(NPV)_B = 0.1\times 0 + 0.4\times 25 + 0.3\times 35 + 0.1\times 40 + 0.1\times 50 = 29.5$

$E(NPV)_A < E(NPV)_B$

נבחר ב-B מכיון שהתוחלת שבאופן יותר.

עבור הפונקציות הבאות מצא מהי מידת שנאת הסיכון?

א. $u(x)=3x+8$

$u'=3$ - נגזרת ראשונה (הנקודה 1) הנוגע יהיה אפיון הסיכון

$u''=0$ - נגזרת שניה → אפיון הסיכון

$u''=0$ - אפיון לא

$u''<0$ - שונא סי

$u''>0$ - אוהב סי

ב. $u(x)=\sqrt[3]{x}$

$u(x)=x^{\frac{1}{3}}$

$u'=\frac{1}{3}\cdot x^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3}\cdot x^{-\frac{2}{3}}$ - נגזרת ראשונה

$u''=\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot x^{-\frac{2}{3}-1}$ נגזרת שניה "הנקודה הנוגעת האמצעית הפרט

שונא סיכון $u''<0$ - שונא סיכון

"הנקודה בין 0 ל- 1, (הפרט) שר

שונא סיכון".

ג. $u(x)=x^3$

$u'=3x^2$ - נגזרת ראשונה "הפרט אוהב סיכון $u''>0$

$u''=6x>0$ - נגזרת שניה "הנקודה שנופלת מ- 1 הנוגע אוהב סיכון"

පිළිතුර ...

2) රේඛීය උපයෝගිතා ශ්‍රිතය භාවිතා කරමින් පහත සඳහන් ලිස්සන සටහනට අදාල ව්‍යවහාර ලබා ගන්න. $U(x) = 0.5x$ ද්‍රව්‍යයේ ඉල්ලුම ලබා ගැනීම සඳහා ? මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුර කුමක් ද?

පිළිතුර :

$U(x) = 0.5x$

ප්‍රමාණය වශයෙන්

$U' = 0.5$

$U' = 0$

අවදානම් අරමුණ

#මෙම ඉල්ලුම ලබාගැනීම සඳහා ප්‍රමාණය 'ශූන්‍ය' වන විට අවදානම් අරමුණ සපුරා තිබේ

අපේක්ෂිත උපයෝගිතාව (x) සඳහා

$$E(U)(x) = \sum p_i \cdot U(x_i)$$

$E(U)(x_A) = 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0 + 0.4 \times 0.5 \cdot 20 + 0.2 \cdot 0.5 \times 30 + 0.2 \cdot 5 \times 40 + 0.1 \cdot 0.5 \cdot 50 = 13.5$

$E(U)(x_B) = 0.1 \times 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 0.5 \cdot 25 + 0.3 \cdot 0.5 \cdot 35 + 0.1 \cdot 0.5 \cdot 40 + 0.1 \cdot 0.5 \cdot 50 = 14.75$

"මෙහි B වඩා හොඳ"

3) රේඛීය උපයෝගිතා ශ්‍රිතය භාවිතා කරමින් පහත සඳහන් ලිස්සන සටහනට අදාල ව්‍යවහාර ලබා ගන්න. $U(x) = \sqrt{2x}$ ද්‍රව්‍යයේ ඉල්ලුම ලබා ගැනීම සඳහා ? මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුර කුමක් ද?

පිළිතුර : $U(x) = \sqrt{2x}$ - ශූන්‍ය වරුන්

$U(x) = (2x)^{\frac{1}{2}}$

$U' = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}$

$U'' = -\frac{1}{2} \cdot x^{-1\frac{1}{2}} < 0$

#~~මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා අදාල නැත!~~

$E(U(x_A)) = 0.1 \cdot \sqrt{2 \cdot 0} + 0.4 \cdot \sqrt{2 \cdot 20} + 0.2 \cdot \sqrt{2 \cdot 30} + 0.2 \cdot \sqrt{2 \cdot 40} + 0.1 \cdot \sqrt{2 \cdot 50} = 6.867$

පසුව ...

$E(U(x_B)) = 0.1 \cdot \sqrt{2 \cdot 0} + 0.4 \cdot \sqrt{2 \cdot 25} + 0.3 \cdot \sqrt{2 \cdot 35} + 0.1 \cdot \sqrt{2 \cdot 40} + 0.1 \cdot \sqrt{2 \cdot 50} = 7.232$

"මෙහි B වඩා හොඳ"

4) පහත සඳහන් ලිස්සන 3, මගේ අරුත අවදානම් අරමුණ පොරොන්තු වේද.

#අරුත ලබා ගැනීම - රහිත අරුත පමණක් ගැනීමට සහ ඉතිරි 50% ක් සඳහා අවදානම් අරමුණ පවතිනවා.

$\sqrt{2x} = 7.232^{\frac{1}{2}}$ - ලබා ගැනීම සඳහා 100% අවදානම් අරමුණ

දෙපැත්ත පවතින

$2x = 52.301^{\frac{1}{2}}$

$x = 26.15$ - අරුත ලබා ගැනීම.

בסיפ' **הערה...**

#שווי ערך ודאי: וכאן 26.15 ההסתברות היא שאם נקבל לפחות 26.15 כמצטבר יהיה המשתתף בהגרלה (B) הוא יבחר את הכסף המצטבר (הרי הוא שווה סיכון)

#הערכת סיכון: משיב את ההפרש בין תוצאה הגדול ביותר בערך הודאי והתוצאה שבה הכי כמה הפרטים עדיפים המשתמש מוכן לוותר את הסיכון.

שווי הערך הודאי — (EPU_B) הערכת הסיכון

5. כעת חשבו את השונות של הפרויקט A ו- B:

$$Var(x) = \sum(p_i \cdot (\underset{NPV}{x_i} - E(x))^2)$$ – **הנוסחה הרגילה**

$$Var(x_A) = 0.1\cdot(0-27)^2 + 0.4\cdot(20-27)^2 + 0.2\cdot(30-27)^2 + 0.2\cdot(40-27)^2 + 0.1\cdot(50-27)^2 = 181$$ **תשובה 3**

$$Var(x_B) = 0.1\cdot(0-29.5)^2 + 0.4\cdot(25-29.5)^2 + 0.3\cdot(35-29.5)^2 + 0.1\cdot(40-29.5)^2 + 0.1\cdot(50-29.5)^2 = 157.25$$

סטיית תקן - $\sigma_A = \sqrt{181} = 13.453$

סטיית תקן - $\sigma_B = \sqrt{157.25} = 12.539$

סמ"ס את המבנים 1

6) בנוסף...

$$E(NPV)_A \geq E(NPV_B)$$
$$\sigma A \leq \sigma B$$

תוחלת: $27 < 29.5$

סטיית תקן: $13.453 > 12.539$

עדיף B

אך, כאשר תוחלת שווה ועדיף המדיקים את ההשקעה הכי סיכונית וסטיית תקן גבוהה (אי שוויון הפוכים).
אם התוחלת גבוה עדיף בסיטת תקן הגבוה,
אם סטיית תקן נמוכה עדיף התוחלת הגבוהה.
אם שם התוחלת וגם סטיית תקן שווה, לא ניתן לקבוע כעת ועדיף המתרץ.

7) אם עדיף בהשקעה עדיף המדיקים שמשקף ההתנגדות מול הסיכון ביותר. (כי שמתחשבים את מדדים המשקפים את הסיכון, וכמובן שרוצה סיכון נמוך יותר)

$$CV_A = \frac{13.453}{27} = 0.498$$

$$CV_B = \frac{12.539}{29.5} = 0.425$$

* עדיף B

פתרון 1 - שאלה 2 המשך...

$$E(u(w)) = 0.25\cdot\sqrt{10} + 0.25\sqrt{50} + 0.25\sqrt{100} + 0.25\sqrt{200} = 8.593$$ (2

בהתאם - $\sqrt{X} = 8.593^2$ - כאשר מחזיר מחדש מ"ש בהתאם

שווה ערך ל- $X = 73.854$

הגדרה 3 $E(u(w)) = \sum p_i \cdot u(w)$

שאלה 3

הגדרה 3

$u(x) = \sqrt{x}$

$1-p$, $u(0{,}000)$ | p, 100

$E(u(w)) = 180$ תוחלת

הגדרה הסתברות הנדרשת - $E(u(x)(w)) = 180 = p\sqrt{100} + (1-p)\sqrt{40{,}000}$

$180 = 10p + 200(1-p)$

$180 = 10p + 200 - 200p$

$-20 = -190p$ מ-(-20)

$p = 0.105 \rightarrow \boxed{10.5\%}$

שאלה 4

הגדרה 3

$u(x) = \sqrt{x}$

$1-a$, 81 | a, 0

מיכל לעבור את הכביש עדיף כאשר סיכוי שלא נעק מ - 10.

תוחלת ~~[illegible]~~ הנדרשת

$a\cdot\sqrt{0} + (1-a)\cdot\sqrt{81} = \sqrt{10}$

$9(1-a) = \sqrt{10}$

$9 - 9a = \sqrt{10}$

$-9a = \sqrt{10} - 9$ מ-

$a = 0.648 \rightarrow \boxed{64.8\%}$

הסיכוי שהמשתמש מלא A כדי לא שווה ל- 64.8% הוא לא יעדיף לעבור ב- 10 שקלים. (הסתברות שלילית מ-64.8% הוא יעדיף מיכל לעבור ב-10 שקל)

שקל

ג) קרטיס הוחלט לשווק 3

קרטיס אם מישהו רק אחד פרים שונה סיכון.

נתבונן קרטיס בב הסתברות הבאות 3

A		B	
p	רווח	p	רווח
0.1	0	0.4	50
0.4	80	0.3	150
0.5	100		

תוחלת 3

$$E_A(x) = 0.1\cdot 0 + 0.4\cdot 80 + 0.5\cdot 100 = 82$$
$$E_B(x) = 0.4\cdot 50 + 0.3\cdot 150 = 80$$

שונות 3

$$V_A(x) = 0.1\cdot(0-82)^2 + 0.4\cdot(80-82)^2 + 0.5\cdot(100-82)^2 = 836$$
$$V_B(x) = 0.4\cdot(50-80)^2 + 0.3\cdot(150-80)^2 = 2100$$

$$\boxed{V(x) = \sum p_i\left[x_i - E(x)\right]^2}$$

"ס' הקרטיס הזה נמצא הוחלט רווח גבוה יותר אבל שונות גבוהה יותר; הסתכלו מה ההשונות גבוה יותר המ'צר מה ההשונות מה ההשקעה, כביכול הסיכון גבוה יותר.

המשקיע מעדיף רק תוחלת הרווח מה A, גבוה מזו מה B. $82 > 80$

לכן ההשונות מה A גבוה מהשונות מה B $836 < 2100$

מכאן שס' קרטיס הוחלט שווה, בגלל ש'מ את A.

המשקיע מכיר בסיכון A (המשקיע מ'מ מעדיף B, מ' קרטיס הוחלט שווה, אם מתקיים אחד מהתנאים הבאים 3

1. ההוחלט מה A גבוה/שווה מ B, $E(A)x \geq E(B)x$ ו $V_A(x) < V(B)x$
2. $E_A(x) > E_B(x)$ ו $V_A(x) \leq V_B(x)$

הערה אם $E_A(x) > E_B(x)$ ו $V_A(x) > V_B(x)$ מ' הקרטיס לא ניתן לפתרון עם מ'מ.

דוגמה

#נניח שיש את הפרס הבא'רנדומלי שווה ל3

#נניח שקיים רק שני הפרסים C ו D

C		D	
p	רווח	p	רווח
0.5	100	1	10
0.5	300		

אז D מ D ל'מ C

רק בטחון.

#נניח שלא ה' קיבל הצעה שווה, הצעה לא C הצעה הצעה קיבל ה' קיבל, אם יהיה הצעה C הצעה יהיה, אם לא ה' קיבל הצעה שווה, הרווח הכי גדול.

הפיצוי הצפוי C-ל לעומת D, כי הרווח הנמוך ביותר C-ב 100, הרווח ב- 10 ל D. (לא הגיון הכי)

הגדרות 3

$$E_C(x) = 0.5 \cdot 100 + 0.5 \cdot 300 = 200$$

$$E_D(x) = 1 \cdot 10 = 10$$

$$V_C(x) = 0.5 \cdot (100-200)^2 + 0.5 \cdot (300-200)^2 = 10{,}000$$

$$V_D(x) = 1 \cdot (10-10)^2 = 0$$

#נניח שהרווח הצפוי ל C יהיה $(200 > 10)$

אבל גם שונות ל C יהיה $(10{,}000 > 0)$

מכאן לא' קיבל הצעה שווה הצעה הכי גדול.

4) קריטריון מקדם ההשתנות:

#קריטריון זה מומלץ רק עבור פרטים שאותו סיכון.

#לפי שונות את הקריטריון נחשב את מקדם ההשתנות

σ - סטיית התקן של המדגם

E התוחלת המדגם של המדגם

$$CV = \frac{\sigma}{E}$$

לדוגמה:

$$\sigma = \sqrt{V}$$

1

$$CV_A = \frac{\sigma}{E} = \frac{\text{יחידות סיכון}}{\text{מט"ח}} = \frac{18}{6} = 3$$

3 יחידות סיכון לכל שקל (1).

2

$$CV_B = \frac{\sigma}{E} = \frac{30}{15} = 2$$

יחידות סיכון

2 יחידות סיכון לכל שקל (1).

לסבר הוספת את הנתונות לפי מקדם ההשתנות בטבלת שמי.

הפעולות הבאות: (הפעולות לעתיד)

#בפעולה 1: יש 18 יחידות סיכון לפרויקט שמתבטא ע"י סטיית תקן, כאן כל הרווח שם הפרויקט הוא שיבה שקשה (6), כך אומר שלא כל אחד מה (1), יש 3 יחידות סיכון.

#הפרויקט 2: נתן תוצאות שלא כל 1 שח"ל לא מט"ח יש 2 יחידות סיכון.

אבל מהפרט בקריטריון כך שמה שהוא סיכון (כי הרווח) הוא הפרט מפיל את הפרויקט שבו CV, אומר יותר

-לפי פ' קריטריון כך הפרויקט המוצלח כך כמה צא ה CV הנמוך ביותר, לכן הם נתנה הוא אפיל.

#הקטור בין קריטריון הוחלת שונות לבין קריטריון מקדם ההשתנות.

פעולה 1: A B

4	מט"ח	4	מט"ח

המשך..

שאלה 31 הנושא פיזור

A	
ערך	p
0	0.1
80	0.4
100	0.5

B	
ערך	p
50	0.7
150	0.3

$E_A(x) = 82$

$V_A(x) = 836$

$\sigma_A = \sqrt{836} = 28.913$

$E(B)\,x = 80$

$V_B(x) = 2100$

$\sigma_B = \sqrt{2100} = 45.825$

מה מ' הסיכון עדיף? איזה פרויקט עדיף?

הנחה: נחשב את CV לכל פרויקט

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{E_A} = \frac{28.913}{82} = 0.32$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{E_B} = \frac{45.825}{80} = 0.57$$

מכיון שה-A ה-CV יצא נמוך יותר הרי הוא הפרויקט העדיף.

ניתן לראות בפשטות הסתברות מה מ' עדיפה ההכנסה A אפילו כאן שהיא ההכנסה שווה.

מצד שני כל צלע עדיפה! ניתן לסכם את הדבר כך ההכנסה שווה שיקפל ההסתברות בתור הנחה

1) אם ההכנסה הנמוכה יותר מהמטרה מה מ' הסיכון ההכנסה שווה אותה הנחה ההקצה מה מ' עדיפה ההכנסה.

2) הפסד לא עדיף עדיף אבל אם הנחה יש מטרה בעדיפה ההכנסה, וכן שהסתברות ההכנסה שווה ההנחה "הגבוה" נתן יותר

פרק קריטריון FSD + SSD:

נשתמש בקריטריון נוסף שנקרא SSD, רק כאשר אין השוואה בין שתי אפשרויות, בקריטריון נוסף כאמור.
קריטריונים אלו נקראים ע"י אלף לשפוך איזו הסתברות שאפשר לא אחרת

#דוגמא - הבחר בהנחת המקרה בשני המניות:

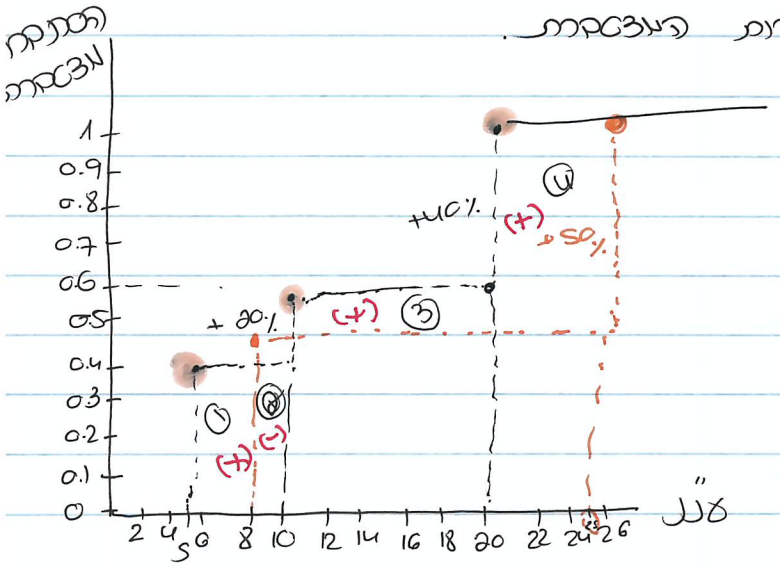
A

תוצאות (x)	הסתברות
5	40%
10	20%
20	40%

B

x	p
8	50%
25	50%

הגרף שמתאים לקריטריון, יש לצייר אלף שבלים את שני המניות הנתונים
בציר (y) נציג את ההסתברות המצטברת.



קריטריון נוסף נוסף (FSD) - כאשר מסתכלים על הגרף נבחין בכך שהמניה הראשונה שבה יש עניין/שווה למניה השנייה, נקרא אותו - אם לפעמים הוא יהיה עניין לפעמים יהיה שווה לא נוכל לשפר לפי קריטריון (FSD).

הנקודה שלנו לפי FSD לא ניתן לשפר, כי לפעמים B גדול על A, B יהיה עניין נוסף.

סיפור המעשה

שם המשחק - אם B היה כבר הצמן למרות ש- A היו מחריבים אותו

אומרים, ניתן להראות שלמעשה B מפורק ש- A ולכן לא נתן לפתור עם בחירה הלקוחות.

#מכיון ש B יותר מוקם בעלמן הרשתות המטמון בפרמים (1),
(רשת חוקם לפי SSD, B מפיל את A
- כלומר מקום ש B מפיל את A לטמן (+)
- כלומר מקום ש A מפיל את B לטמן (-)

	תישום מעבדים	ביקוש	אורך
1	$2.1 \overset{(+)}{=} (8-5)\cdot(0.4-0)$		
2	$0.2 \overset{(-)}{=} (10-8)\cdot(0.5-0.4)$		
3	$+1 = (20-10)\cdot(0.6-0.5)$		
4	$2.5 = (25-20)\cdot(1-0.6)$		

מלמעלה מלמטה

$1,2 = 2.0-2+1 = 1$

$1,2,3 = 1.2-0.2+1 = 0$

$1,2,3,4 = 1.2-0.2+1+2.5 = +4.5$

לכתוב את הסכם עם ביקוש ותועלת נטו יוצא (+)

B מפיל את A.

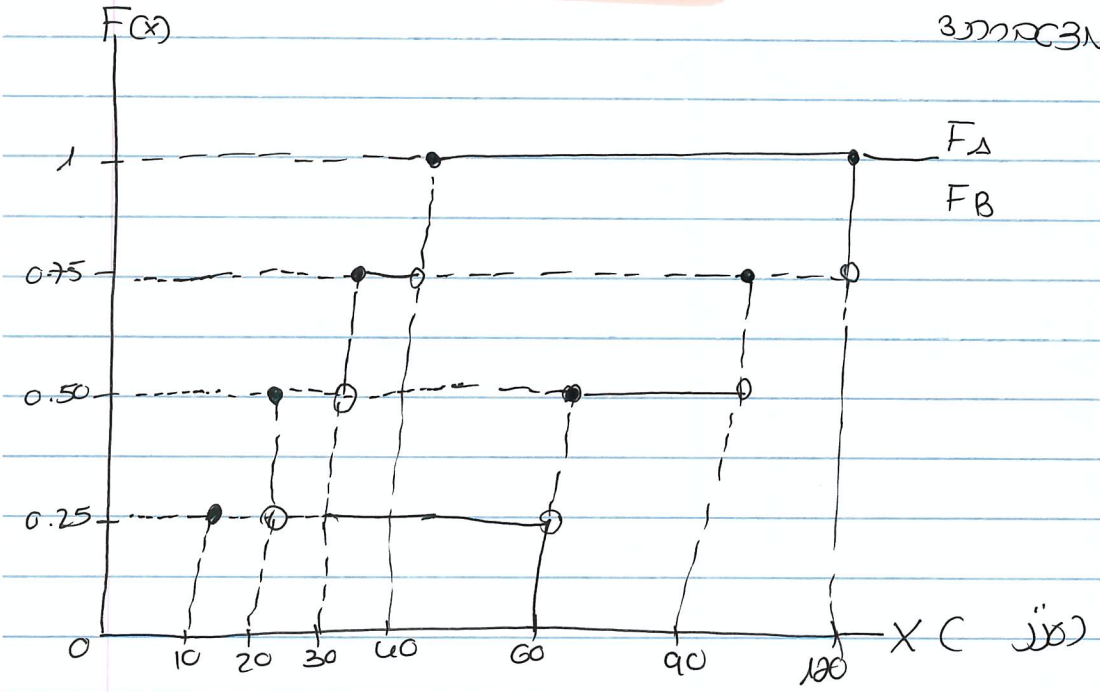
"אם יוצא מינוס לא ניתן לפתור".

#אחרי תישוב המלמעלה ומימין (-), (+), יש לכתוב את הסכם מלמעלה ותועלת שמחברים המבוקרים עם אותו מספר חיות.

אם הכל חיות B מפיל את A, אם אחת מהתוצאות שלילית לא ניתן לפתור" מעבר הבחרה המעבדים.

5. שליטה - סטוכסטית - מסדר ראשון - FSD

First stochastic Dominance



הסתברות מצטברת

#מה קורה FSD בהנחה שיש לי B כי אם ההסתברות המצטברת של B כי גבוה יותר מ A לכל ערכי X.

B

עלות	p
30	0.20
60	0.20
90	0.20
120	0.20

A

עלות	p
10	0.25
20	0.25
30	0.25
40	0.25

#בפועל ניתן לראות שהתוחלת B קטנה מ A לכן לפי (X)-עלות, ההסתברות המצטברת של B גבוה יותר לכל A.

מבוא לתורת האינפורמציה FSD 3

אנו מניחים, שכל מצב (X), ההסתברות לקבל X מעל
על כמה מצבים B, היא גדולה יותר מ-A.
כלומר אחרי שמקבלים B קבלנו (X) שהוא יותר, ההסתברות שהוא
יהיה לכל הפחות גדול מהסתברות המצב הבא יותר על מנת שהוא
יפיק.

כדי לבדוק קיומו של FSD, נחפש y, פונקציה g המקיימת כי:
$y = g(x)$ (לפי פונקציה מקרית מהצפיפות)

מהו מקור המונח הזה?
הרעיון הוא שאם נחפש פונקציה המקיימת $y = g(x)$ נוכל לייצר
-מה שרוצים מכל פונקציה ניתן לייצר את הפונקציה שבאמצע לפי.
אם נסתכל כעת על פונקציה הפוכה g^{-1} נוכל לקבל $x = g^{-1}(y)$
מכאן נוכל לחשוב על קיומו של FSD לפי מה שנגדיר בהמשך.

6. שליטה - סטוכסטית מסדר שני SSD 3

Second stochastic Dominance

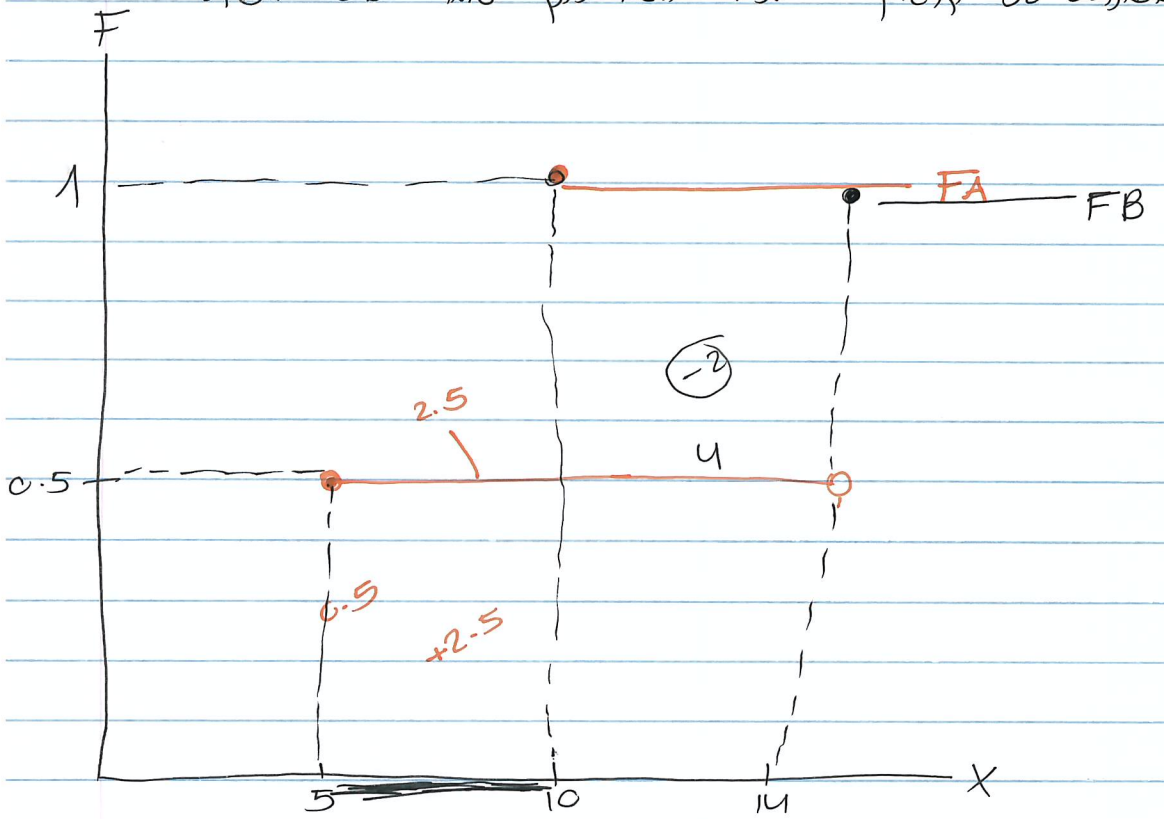
כפי שראינו אין אנו עוסקים בהשבה SSD ועוד בהבדל בין שבין FSD, נעדיף את הפעולה הסבירה 3

קיימת מטה הסתברות A ו-B

A	
מ"ל	p
10	1

B	
מ"ל	p
5	0.5
14	0.5

מאחר הפעולה 3 מה קרה FSD האם ניתן לומר איזו הסתברות עדיפה?



ניתן לראות שעפ"י קריטרון FSD לא ניתן לפסוק.

הסבר לכך הוא שסין 5 ל- 10 FA קטן מ FB

ומן 10 ל- 14, FB קטן מ FA.

עתה כאן ונבדוק עפ"י קריטרון SSD, האם ניתן לפסוק איזו הסתברות עדיפה?

לפי SSD אם A נמוך מ B "כמעט הומוזיגוטי" (כ-X הטרוזיגוטי)
ההמרה לפי SSD לא לא A אלא לא שלא ניתן לדעת.

לפי הקריטריון (SSD)

#מבנה הפרוטוקול:

1. יש לבחור בדוגמה גדולה את ההתפלגות המצטברת של כל המשתנה
2. מגדירים סף כלשהו כ-X, הרווח שמעל שזה ההתפלגות המצטברת מקבלות ערך שווה.
בדוגמא שלנו הערך הוא 5, כל הנתונים אינם מתפלגים מצטברת (F) נמוך יותר.
בדוגמא F(A) לא הומוזיגוטי שלפניו היה אחד מהמספרים הגדולים מלמטה. (לא A אלא לא שלא ניתן לדעת).
3. כולן מדברים שנתון לפי הסף הוא מעל - X הרווח שלהתפלגות שמעל, (בדוגמא 5) מדברים את הסבר כדומה, אם להתפלגות מצטברת.
בדוגמא אם 10, הרווח המצטבר גם 10 הוא $+2.5 = (5\times0.5)$.
מהרגל בדוגמא 10, אם 14 מדברים את הסבר כמקרה.
כי גם FB וגם FA. - הפסד בהנחה כי (14-10) הוא (-2).
מכאן הסבר המצטבר אם 14 הוא $+2.5-2=+0.5$.
מדוע עדיף לגל הסבר המצטבר לדון לא אם A אלא.
#בעיקר לגבור (X) אחרי הסבר המצטבר הם מקרי ההומוזיגוטי כי הם מעט ביחס לגדולים.

הפרוטוקול:

1. לא לפי SSD, A אלא כי שקיים לקרבנות הנתונים המשתנה גבוה הם שונאי סיכון.
כי אור שגם הם שונאי סיכון מצאנו לפי SSD ש A אלא לפי קריטריון הנמוכה המשתנה לכל הם שונאי סיכון A אלא.

בחירת מאגרים

מה?

2. אם יש, קודם FSD, אחרת אז אחרון, אם אין אז אין מאגר מתאים.
אם אין אז אחרון אם אין מאגר מתאים, אם אין אז אחרון אם אין מאגר מתאים אז
יש SSD אם אין מאגר מתאים אז אם אין מאגר מתאים אז יש FSD.

מבוא

מקדם המתאם לפי פירסון: Comp

מקדם מתאם: כי

$$-1 \le \rho_{AB} \le 1$$

לכן $\rho_{AB} = -1$ - יש יריבה.

#פורטפוליו שמורכב מסוג שניות שיש 2 מניות ומקדם המתאם (-1)

התפלגות

A ← 50% = מיליון 1.5 } 2.2
B ← -30% מיליון 0.7 } 10% הסתברות

A ← -30% = מיליון 0.7 } 2.2
B ← 50% = מיליון 1.5 } 10% הסתברות

#נשאל - 35 מניות הבורסה והתפלגות שלהן

#נשאל מהי ההסב? אם היה שוטף מקרים בהם מניה הפכי מניה אחרת (הם מתנגדים זה לזה).

לדוגמה אם אם נקבל את כפיית הנכסי מניות, יתכן שהמניה הבאה תהיה מוכרת שכן היא היפה את. ההסתברות לכך שזה ישתלם

(-1) $\rho_{AB}=-1$.

←

סיכון בעסק ...

#נניח כי שניים A עושה עניין B ירוויח ובהסתר.

אם הנתונים הן A: 0.5 → 50%, 0.5 → -30% B: 0.5 → 50%, 0.5 → -30% הרי כלום מצב

העסקי יחליט אם לקחת את כספו לעשות חצי מן עניין A, וחצי מן B

נניח כי הרווח לעסקי הוא ריבית ושווה ל 10%.

#כך לפשוט אם לעסקי אין עניין בלה ובכן עסקי 1 עושה מן

עניין ב 50% בהסתברות 0.5

$$\left.\begin{array}{l} A \Leftarrow 50\% - 1.5 \text{ מרוויח} \\ B \Leftarrow -30\% - 0.7 \text{ מרוויח} \end{array}\right\} p=0.5$$

2.2 (מתחרים 0.7+1.5)
+10%

#בהסתברות 0.5

$$\left.\begin{array}{l} A \Leftarrow 0.30\% - 0.7 \text{ מרוויח} \\ B \Leftarrow 50\% - 1.5 \text{ מרוויח} \end{array}\right\} p=0.5$$

2.2
+10%

#מכאן ברור לחלוטין שיותר טוב ושווה לפי 10% הרווח.

הבדל 3 שמי שרואה בעיקר כי, הסיכון לפי מנה, לא מתחלפים בסיכון

הקבוע שיש, אלא בהשפעה ל הקשרים המצטברים לפי הון הקיים

כמות ההשפעה ל כלפי הון הנתונים כמו שרואים בפשוט הבחירה.

#נסמן שהעסק הנשא את הרווח הרווחים לפי ניר ערך בפשוט

מניה כ- $E(R_i)$ - i - הנייר - שם הנייר

E - הרווח - Expected

R - הרווח - Return

לעומת הרווחים הרווחים לפי מניה A ב $E(R_A)$

מניה B ב $E(R_B)$

וסיכון הקבוע לפי ניר הערך בפשוט יסומן כ - σ_i

לעומת סיכון הקבוע לפי מניה A ב σ_A

מניה B ב σ_B

הרעיון 2 הנכסים נלקח מתוך את הסטיות . שילוב 2 הנכסים
יוצר תיק השקעות שיסומן ב-P . תיק Portfolio-
תוחלת התשואה של תיק הסומן ב $E(R_P)$ וסיכון התיק שלו
σ_P.
מספר הנתונים שנתן לנו מספר הנכסים הוא איכותי.
כדי לחשב תיקים אנו נסמן ב- W_A את השקעה בנכס A
(בתנאים אז מספר עשרוני) ולכן $W_B = 1 - W_A$ הוא השקעה בנכס
B עבור B.
הרעיון מבחינת אנו:
1. תוחלת התשואה בתיק הוא:

$$E(R_P) = W_A \cdot E(R_A) + \underbrace{W_B}_{1-W_A} \cdot E(R_B)$$

2. סיכון התיק שלם בתיק הוא:

$$\sigma_P = \left[W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2W_A \cdot W_B \cdot \underbrace{\rho_{AB}}_{\text{מקדם המתאם}} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B\right]^{0.5}$$

אולם התיקים הרלוונטיים עדיין בהמשך.

הגדרה: אולם התיקים הרלוונטיים מוגדר את כל התיקים שמתקבלים
מהחלקים הבאים W_A מנכס A
W_B מנכס B
כאשר $0 \le W_A \le 1$ - (כלומר אפשר רק בנכס B לשים בין 0-1
לשים בין 0-1, אי אפשר שנתיים רק ב A)

כדי לחשב את "עקום האפשרויות" נלקח את הפעולה הבאה.
נתונה לנו הנכסים הבאים, נכס A $\underbrace{E(R_A)}_{\text{תוחלת התשואה של נכס A}} = 6\%$ אחוזים

סיכון תקן של נכס A $\sigma_A^* = 15\%$ ←

נניח B: תשואה עתידית $E(R_B) = 10\%$

סטיית תקן $\sigma_B = 20\%$

אם נחשב את "קרן האפשרויות" אל בחרם נמצא שם את מקדם המתאם בין שתי המניות (ρ_{AB})

בתנאי שלא תעשה כפל ופה כן $\boxed{-1 \le \rho_{AB} \le 1}$

מסבר מקדם המתאם ρ_{AB} (כי):

- אם $\rho_{AB}=1$, המשמעות היא שכאשר אחת מהמניות עולה המניה שלה תעלה, וכאשר האחת יורדת המניה תרד, לא נקבל מקדם מתאם מלא.
- אם $\rho_{AB}=-1$, לא אומר שכאשר אחת מהמניות עולה המניה יורדת תעלה, וכאשר אחת מהמניות יורדת המניה שלה תעלה.
- אם $\rho_{AB}=0$, לא אומר שאין מקדם בין המניות כמעט כאשר האחת עולה (או יורדת) לא נתן לצפות מה יקרה מצב המניה.
- אם מקדם $\rho_{AB}=0.5$, לא אומר שגם האחת מהמניות עולה המניה המניה בדרך כלל מקרים מאוד היא לא.

נסמן בגרף שמשמאל למטה מצב מקרי מתאם שונים מה "קרן (בלתי) האפשרויות", נזכרו מקדם:

1. $\rho_{AB}=0$
2. $\rho_{AB}=0.5$
3. $\rho_{AB}=1$
4. $\rho_{AB}=-1$

נ"פ

תרגיל 2 מיינלון 3

A

הסתברות מצב הטבע	מצב	הסתברות
0.4	100	40%
1	150	60%

B

הסתברות מצב הטבע	מצב	הסתברות
0.4	100	40%
1	250	60%

1) $E(NPV_A) = 0.4 \cdot 100 + 0.6 \cdot 150 = 130$

$E(NPV_A) = 0.4 \cdot 100 + 0.6 \cdot 250 = \boxed{190}$

2) $var = \sum p_i (NPV - E(NPV))^2$

$Var_A = 0.4(100-130)^2 + 0.6 \cdot (150-130)^2 = 600$

$\sigma_A = \sqrt{600} = 24.494$

$Var_B = 0.4(100-190)^2 + 0.6 \cdot (250-190)^2 =$

$Var_B = 5400$

$\sigma_B = \sqrt{5400} = 73.484$

3) העדפה שונות

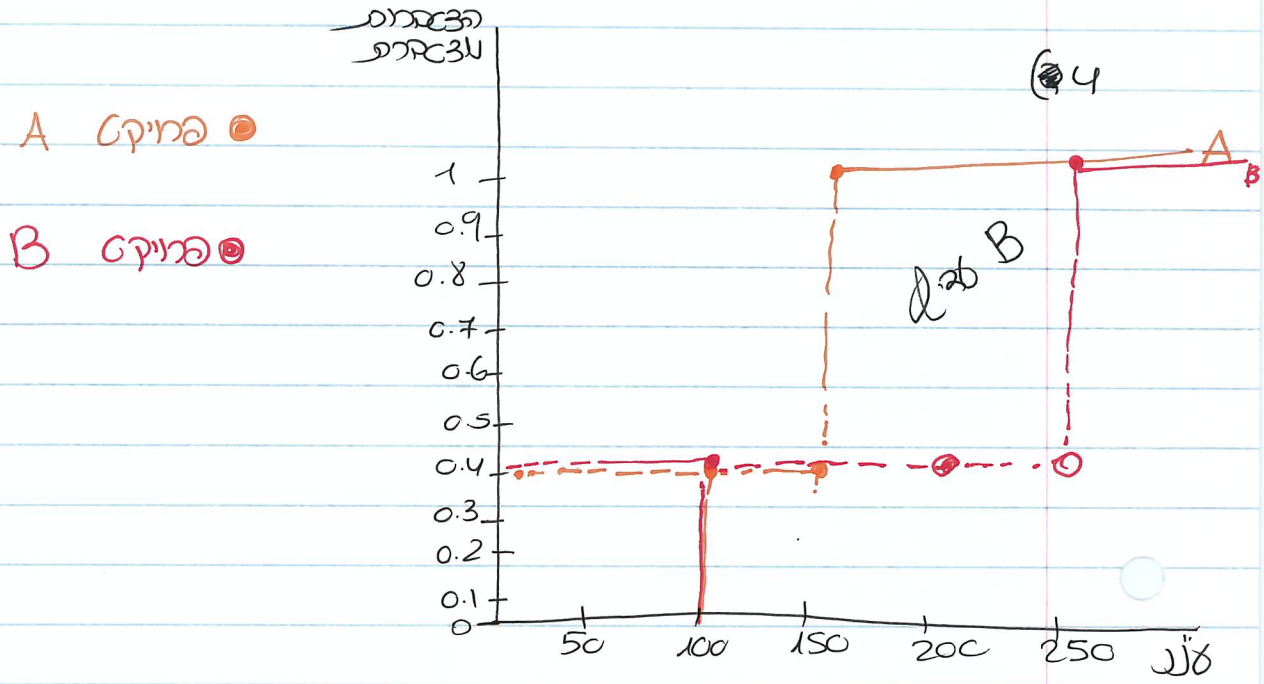
$E(NPV_A) = 130 < E(NPV_B) = 190$

$\sigma_A = 24.494 < \sigma_B = 73.484$

"לא נתן לפסוק" ! ~~[illegible]~~ - כי ברוב שיעור הנקודה יותר גבוהה, ופיית הקו יותר נמוך! ובגלל ששניהם פאלו גבוהים בא לא נתן לפסוק!

כמה הרווחנו...

4)



הכוח B לפני A? B

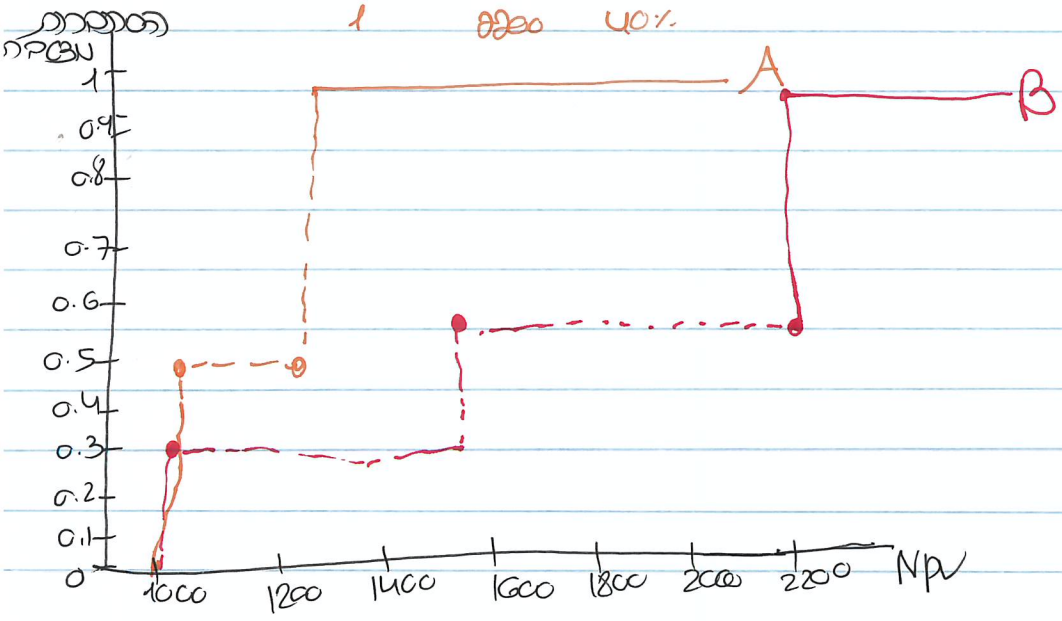
שאלה 2 3 עניים תפסים

B

הצבירה מצטברת	עלות	הסתברות
0.3	1000	30%
0.6	1500	30%
1	2000	40%

A

הצבירה מצטברת	עלות	הסתברות
0.5	1000	50%
1	1200	50%

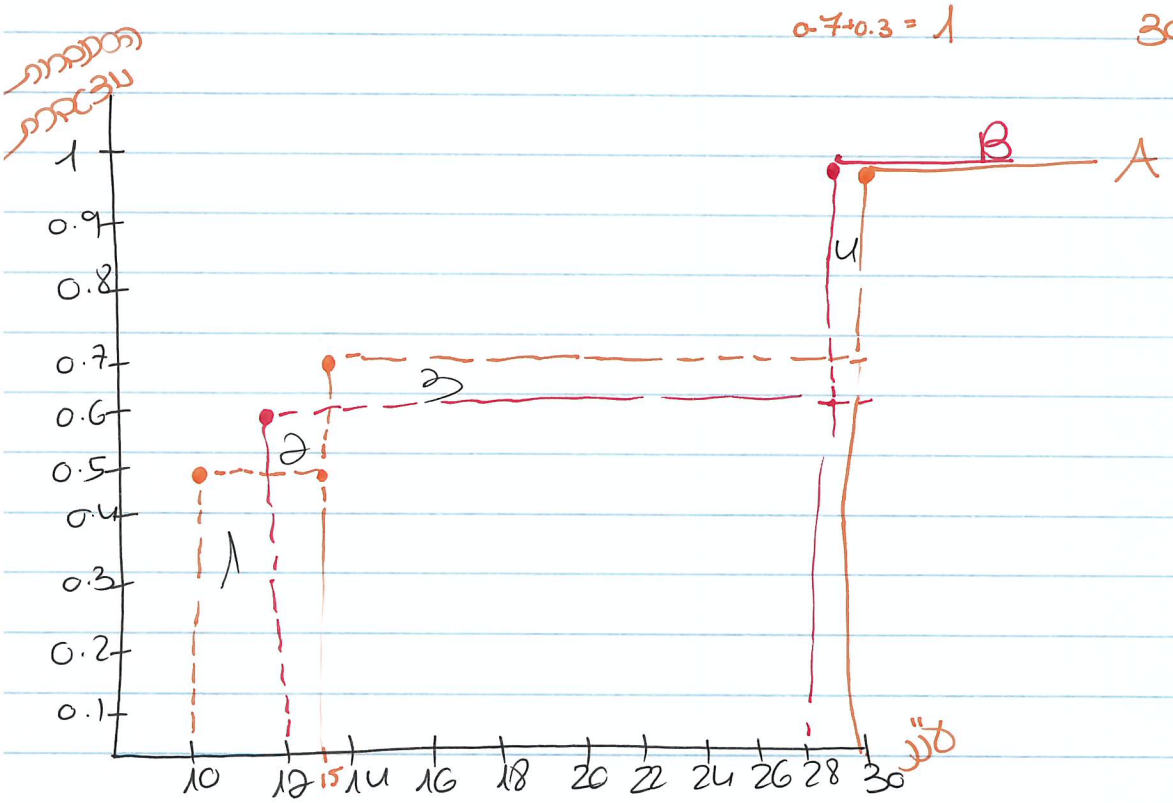


לפי FSD
B לפני A
+
SSD

דוגמה ...

פתרון 3

B			A		
הסתברות מצטברת	מלאי	הסתברות	הסתברות מצטברת	מלאי	הסתברות
0.6	12	60%	0.5	10	50%
1	28	40%	0.5+0.2 = 0.7	15	20%
			0.7+0.3 = 1	30	30%



#מתחילים עם FSD
-מעל הראשון - B מלאי
-מעל השני - A מלאי
"לא נתן לאחרת עם גבוה" בFSD.

↓

בכיר לפי FSD אחד עם המון מעבר מעל, נחשב לפי:

1) $(12-10)\cdot(0.5-0) = +1$
2) $(15-12)\cdot(0.6-0.5) = -0.3$
3) $(28-15)\cdot(0.7-0.6) = 1.3$ ⟶
4) $(30-28)\cdot(1-0.7) = -0.6$

B מלאי (+)
A מלאי (-)

מתחברים 0.7 = 1+2
2 = 1+2+3
+1.4 = 1+2+3+4

B מלאי A מלאי

קרן האפשרויות:

כפי שהגדרנו את קרן האפשרויות עבור נקודות מתאם שונים
נבין את ההשפעה הבאה:

נשתמש מהם עבור האפשרויות:

		A	B
$\rho_{AB}=0$	1.		
$\rho_{AB}=1$	2.	$E(R_A)=6\%$	$E(R_B)=10\%$
$\rho_{AB}=-1$	3.	$\sigma_A=15\%$	$\sigma_B=20\%$
$\rho_{AB}=0.5$	4.		

אנו נרצה לבנות עבור נקודות מתאם שונים מהי קרן האפשרויות עבור
כל הנתונים שניתן ציר מושלם עם 2 הנכסים A ו-B.
יחסם כך אנו נחפש עבור כל נקודת מתאם מהי סיכון התיק הנמוך ביותר
(σ_{min}) ולכן את הנקודה הממוצעת הנמוכה ביותר סיכון תקן לו.
התיק מקבלים בנקודה כך נראה הגרף "מעגל"

נקודת הפרגל (C)

נוכל כאן את הנקודה הרחוקה שנקודת המתאם =0
אנו מעוניינים לחשוב את סיכון התיק הנמוך ביותר עם מה לעשות
את נקודת הפרגל יחסם כך שלנו לחשוב את הנמוכים עם מניה A
(ω_A) שיבטא סיכון התיק הנמוך.

סעיף ב' הנוסחה...

ניתנה W_A מהיכן נמצאת נתן את נוסחת השונות המינימלית עבור שיעור ההשקעה בנכס A לאחר מכן סכום תקן מינימלי הוא 8

$$W_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\cdot\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2+\sigma_B^2-2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}$$

אם W_A יצא בין 0 ל-1 כמה כך יהיה גם ב-W_A

$$0 \le W_A \le 1$$

אם לפי הנוסחה $W_A < 0$ (יצא שלילי) אז הוא יהיה 0.

W_A = הנוסחה יהיה בין 0 ל-1

לפי הנוסחה 3

$W_A = 0.8 = 0.8 = W_A$

$W_A = -0.2 = W_A = 0$

$W_A = 1.3 = W_A = 1$

אפשרות 1: $\rho_{AB} = 0$

$$W_A = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2+\sigma_B^2} =$$

$$= \frac{0.2^2}{0.15^2+0.2^2} = 0.64 \rightarrow$$

המשמעות המבנה היא

שסכום תקן המינימלי בעדה

לפי הנוסחה כאשר נשקיע 64%

מהכסף שלו בנכס A, ולכן 36% שלו

בנכס B.

$W_B = 1 - W_A = 1 - 0.64 = 0.36$

כעת נחשב את סכום תקן המינימלי ע"י הנוסחה הרגילה (בקבוצה)

$$\left[0.64^2\cdot 0.15^2 + 0.36^2\cdot 0.2^2\right]^{0.5} = 0.12 = 12\% = \sigma_{min}$$

הנחה...

ותוחלת התשואה עבור סיית המקן המינימלית היא:

$$E(R_p) = 0.64 \cdot 0.06 + 0.36 \cdot 0.1 = 0.0744 = 7.44\%$$

$$= \frac{0.2^2}{0.15^2 + 0.2^2} = 0.64$$

אפשרות שנייה:

מה קרה שאנחנו יכולים בין A ל-C!

מה קרה שאנחנו יכולים יש קשר בין C ל-B.

$\boxed{\rho_{AB} = 1}$

עקום האפשרויות בין A ל-B כמו ישר.

וסיית המקן המינימלית היא מקום המגיע עם סיית המקן הנמוכה ביותר.

בפרשנות שלנו $\sigma_{min} = 0.15$

$E(R_p) = 0.06$

או

$\rho_{AB} = -1$

אפשרות שלישית:

- כשמקדם המתאם (-1) בנקודה כזו סיית המקן המינימלית שווה ל-0 $\sigma_{min} = 0$

- נחשב כמה אחוז W_A

$$W_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} = W_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}$$

הנוסחה המלאה בנקודה זו שווה לנוסחה הקודמת.

$$W_A = \frac{0.2}{0.15 + 0.2} = 0.5714$$

נחשב את תוחלת התשואה (עבור סיית המקן Min ושווה ל-0)

$$E(R_p) = 0.5714 \cdot 0.06 + 0.4286 \cdot 0.1 = 7.71\% = 0.0771$$

- אפשר לעבור את נקודת מינימום $\rho_{AB} = 0.5$ ולחשב את סיית המקן המינימלית וכן את תוחלת התשואה עבור סיית המקן מינימלית.

עמוד

עקום האפשרויות (המסך פיאט) :

נתונים: A

$E(R_A) = 6\%$

$\sigma_A = 15\%$

B

$E(R_B) = 10\%$

$\sigma_B = 20\%$

ג) $\rho_{AB} = 0.5$ מהו המשקל לבחירה סיכון המקסימלי מהו מינימלי?

$E(R_B) = 6.92\%$

שלב ראשון:

נמצא w_A לבחר סיכון המקסימלי:

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B}$$

$$w_A = \frac{0.2^2 - 0.5\cdot 0.15\cdot 0.2}{0.15^2 + 0.2^2 - 2\cdot 0.15\cdot 0.2} = 0.6692 = \boxed{66.92\%}$$

↓

זה המשקל שאנו נשים על מניה A.

(אם יש לי 100,000 שקל אני אשקיע 66,92% על מניה A, ו-1-0.6692=0.3308 = 33,08% על מניה B).

- אם המתאם היה שווה ל-1.2 המשקל היה 1 ל-A ו-0 ל-B

אם המתאם היה -0.2 ל-A המשקל היה 0 ל-A ו-1 ל-B

- כמה נמצאים $w_A w_B$

$$\sigma_p = \left(w_A^2\cdot\sigma_A^2 + w_B^2\cdot\sigma_B^2 + 2\cdot w_A\cdot w_B\cdot\rho_{AB}\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\right)^{0.5} =$$

$$\sigma_{MIN} = \left(0.6692^2\cdot 0.15^2 + 0.3308^2\cdot 0.2^2 + 2\cdot 0.6692\cdot 0.3308\cdot 0.5\cdot 0.15\cdot 0.2\right)^{0.5} =$$

$$0.1441 = 14.41\%$$

סיכון מקסימלי

(אם $w_A = 1$ אז סיכון מקסימלי היה $\sigma_A = 15\%$

אם $w_B = 1$ אז סיכון מקסימלי היה $\sigma_B = 20\%$)

תוחלת המשקלות לבחירה סיכון מקסימלי:

$$E(R_p) = w_A\cdot E(R_A) + w_B\cdot E(R_B) = 0.6692\cdot 0.06 + 0.3308\cdot 0.1 = 0.06$$

#תרגיל הישראלי מתאר ל' החלק השני של עקום האפשרויות.
הנתונים (שמשמע גם של הדרגה הוא שיבוא סימן, ישבתם בחמדים רק לא עקום הישראלי). כך למשל בפעולה האחרונה העקום ACB הוא עקום האפשרויות אבל עקום הישראלי הוא רק CB).
לפי נתונים אלה מהמשקיע A ל-C הסיכון יפה, ולכן המשקיע אשר יכן, מעדיף שום סיכון, לא יהיה בחמדים כך, אלא רק מן B ל-C.
כמו כן, מעדיף שום סיכון לא היה שמחור את ~~המקום~~ ריק, שם סייגת הקו מינימום שכן המשקיע C-V לכן B אותם סייגת הקו אשר אם המשקיע שום הסיכון נקרא "פחד", בכן שמחמת המשקיע אשר כלפי שהמשקיע יוד שום סיכון הוא "כך לחדיק שהוא לכן C.

#נניח מספר פחדים הקשורים לעקום הישראלי כאשר מלבד בפעולה הראשונה מקבלים המשקיע שווה ל-0.
בפעולה מצאת שסייגת הקו המינימלית $Min\sigma = 12.5$
ולהחלטת הרגולטור שהיה $E(R_p) = 8\%$
סייגת הקו מינימלית $E(R_p) = 7.44\%$
$(W_B = 0.36, W_A = 0.64)$

הסקה מהגרפים 3 ו-8

ניתן להשיג σ-0 סיכון ע"י שילוב של B+A

נשקיע רק בנקודה ביניהם (הון הנחתם)

נשקיע רק בנקודה ביניהם (הון הנחתם)

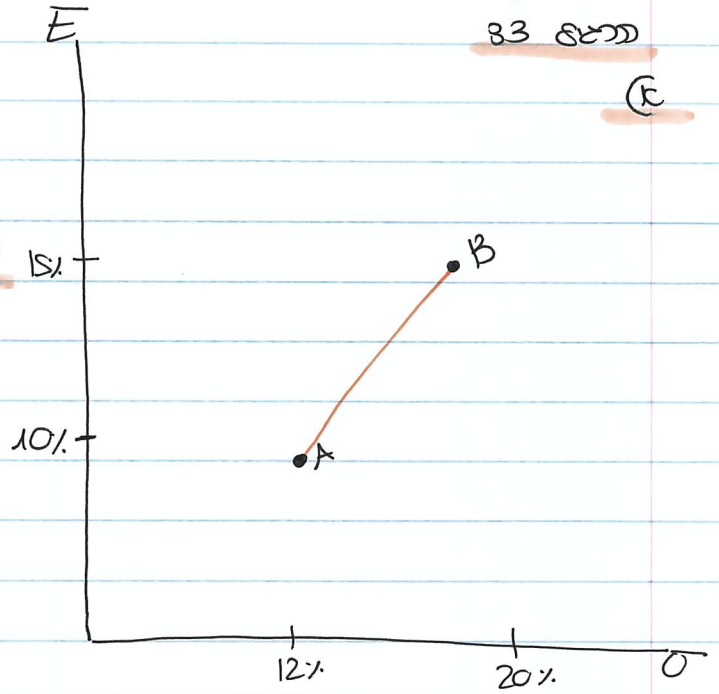
ניתן להקטין סיכון מתחת ל-A ע"י שילוב בין מניות A+B.

לא ניתן להקטין סיכון מתחת לסיכון של A

	A	B
תגמולים	0.1	0.15
סטיית תקן	0.12	0.2

תרגיל 33

א)



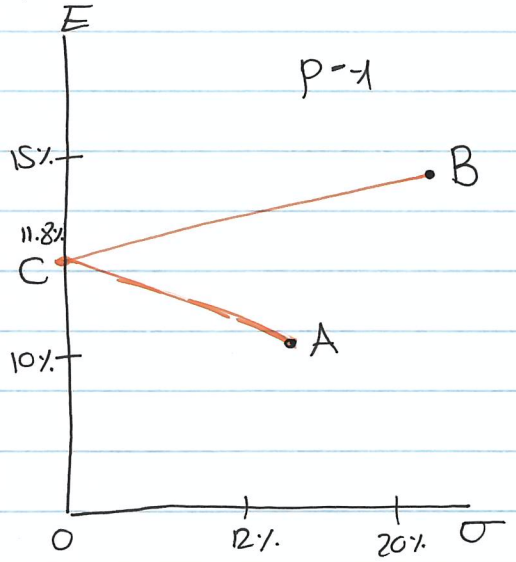
1) כאשר מקדם המתאם = 1, לא ניתן להפיק סיכון מתחת לסיכון של A, לכן הוא הפך מינימום שונה.

$E(R_p) = 10\%$

$\sigma(R_p) = 12\%$

2) כאשר מקדם המתאם בין שני הנכסים = -1, ניתן לשנות הפך שהסיכון הוא 0? כן!

*נמצא את הפיתוח!



- שנמצאו את C: $\sigma = 0$

- $E(R_C) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B)$ – ההשקעה שלי הפיתוח

ו שנמצא את ההשקעה.

- כאשר מקדם המתאם $\rho = -1$, יש נוסחה קצרה!

$$w_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}$$

$$\Downarrow$$

$$w_A = \frac{0.2}{0.12 + 0.2} = 0.625$$

$$w_A = 1 - 0.625 = 0.375$$

$$\downarrow$$

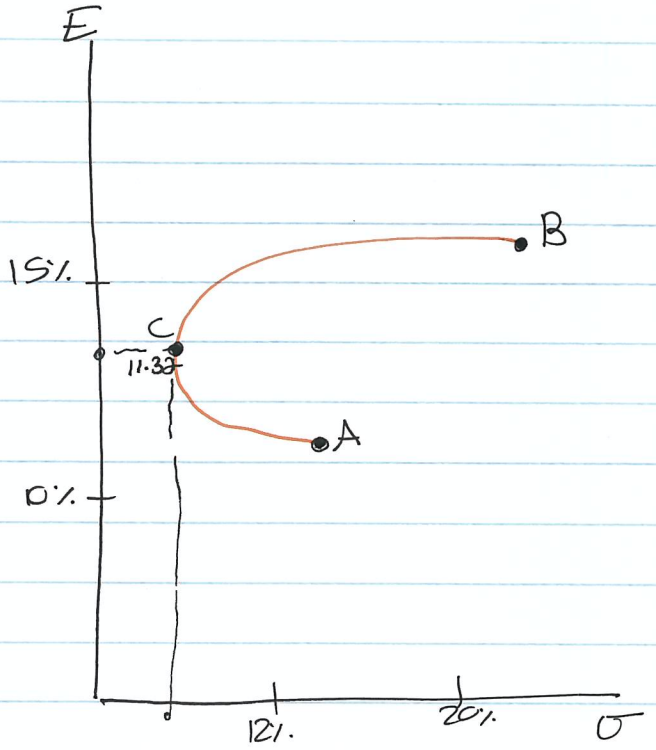
לכן מוצאים את הנכסים הבודדים:

$$E(R_C) = 0.625 \cdot 0.1 + 0.375 \cdot 0.15 = 11.8\%$$

"נמצאנו בהשקעה של עקיפה C, 11.8%, והסיכון הוא 0."

הנושא הרביעי 83

ג) הניחו שמקדם המתאם בין הנכסים הוא =0, חשב את התוחלת והסיכון ואת הסיכון הנשלל.



כמה מתוכים משקיעים ב-A =WA

#נשתמש באופן-שנבחר פרופורציה

#כאשר מקדם המתאם $\rho=0$

$$WA=\frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2+\sigma_B^2}$$

$$WA=\frac{0.2^2}{0.12^2+0.2^2}=0.735$$

$$WB=1-0.735=0.265$$

↓

לחשב תוחלת וסיכון תקן:

$$E(R_C)=WA\cdot E(R_A)+WB\cdot E(R_B)$$

$$E(R_C)=0.735\cdot 0.1+0.265\cdot 0.15=$$

11.37 — תוחלת %

#נחשב לחשב את סטיית התקן:

$$\sigma_C^2=WA^2\cdot\sigma_A^2+WB^2\cdot\sigma_B^2+2\cdot WA\cdot WB\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB}$$

מקדם המתאם של מניות בעדכה שלנו =0 (הכי 0 מה (+))

לה השונות % = 0.0105 = $0.735^2\cdot 0.12^2+0.265^2\cdot 0.2^2+2$ σ_C^2

$\sigma_C=\sqrt{0.0105}=10.289\%$ — הסטיית תקן!

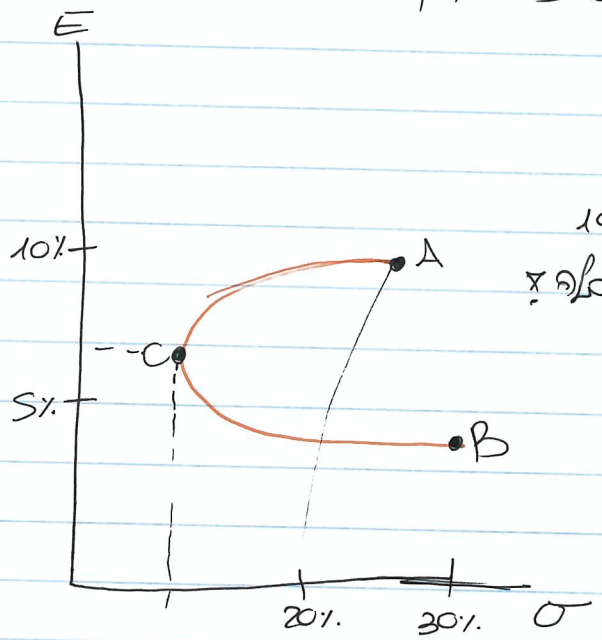
#הבנו כי כך מתחת ל-12 רוצים תשרטוט.

נתונים 3 שאלה 2

נתונים:	A	B
תשואה	0.1	0.05
סטיית תקן	0.2	0.3

#הניחו שמקדם המתאם הוא =0
$\rho=0$

1) האם ניתן ע"י פיצור שלם מתח בעזרת הקטן את היקף הסיכון?
כן? מצאו את הרכיב?



אם יפצלים שהתשואה בין 5 ל-10
והסיכון תקן תהיה מ-20 לפי הסלף?

$$W_A = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2+\sigma_B^2}$$

$$W_A = \frac{0.3^2}{0.2^2+0.3^2} = 0.692$$
$$W_B = 1-0.692 = 0.308$$

$$E(R_C) = W_A \cdot E(R_A) + W_B \cdot E(R_B)$$ – תשואה מצופה

$$E(R_C) = 0.692 \cdot 0.1 + 0.308 \cdot 0.05 = 8\%$$ (הצלב בין 5 ל 10) ②

$$\sigma_C^2 = W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 W_A \cdot W_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$\rho_{AB}=0$ אפס כל ה (+) ואילך =0

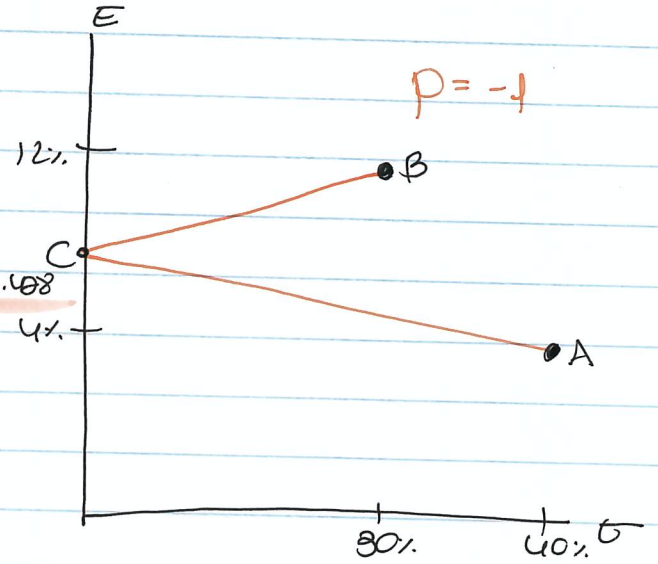
$$\sigma_C^2 = 0.692^2 \cdot 0.2^2 + 0.308^2 \cdot 0.3^2 = 0.027$$ שונות

$$\sigma_C = \sqrt{0.027} = 16.64\%$$ (הצלב פחות מ-20).

פתרון שאלה 3 (המשך 3)

נכס	A	B
תשואה	4%	12%
סטיית תקן	40%	30%

#יש שתי אפשרויות הרכבת תיק מכסה, יעילות מלא סולם הרכבות, איזה תיק מכסה, יעילות הרכבת כלל עיר מכסה לאיזה שיעור מינימלי ותרשם את תוחלת התשואה של התיק?



- נבחר האפיק עסקים A.

$$w_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B} = \frac{0.3}{0.3+0.4} = 0.428$$

$$w_B = 1 - 0.428 = 0.572$$

$$E(R_C) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B)$$

$$E(R_C) = 0.428 \cdot 0.04 + 0.572 \cdot 0.12 = 8.57\%$$

תוחלת עסקים:
(הבדלים בין σ-ים)

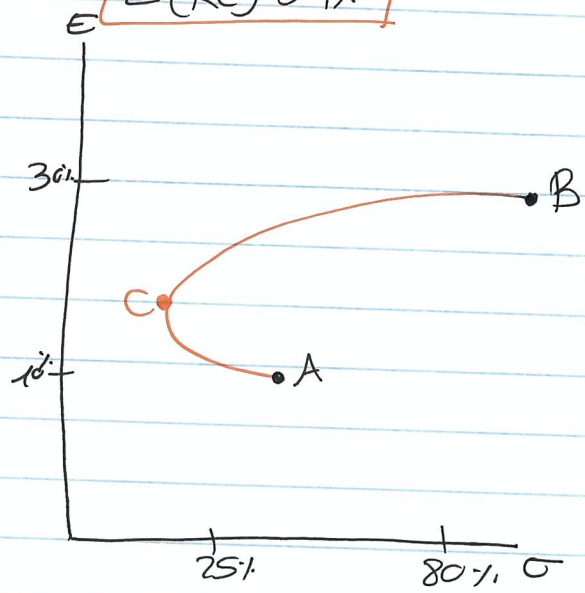
הסיכון תקין 0, אין מה לחשב!

נתון שאורך 4 (המשך 3)

נכסים	A	B
תוחלת	10%	30%
סטיית תקן	25%	80%

$\rho = 0.7$

$E(R_C) = 21\%$



#נשאלה האם לשנות את w_A/w_B
(אין קיבוץ לכן התוחלת הארוכה)

$E(R_C) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) =$

$E(R_C) = w_A \cdot E(R_A) + (1-w_A) \cdot E(R_B)$

$0.21 = w_A \cdot 0.1 + (1-w_A) \cdot 0.3$

$0.21 = 0.1 w_A + 0.3 - 0.3 w_A$

$-0.09 = -0.2 w_A$

$w_A = 0.45$

$1 - 0.45 = 0.55 \qquad w_B = 0.55$

$\Downarrow$

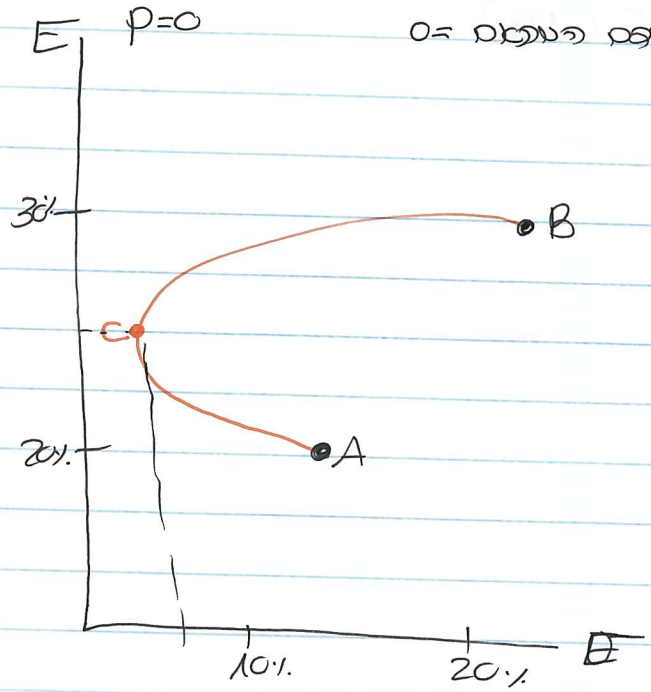
$\sigma_C^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$

$\sigma_C^2 = 0.45^2 \cdot 0.25^2 + 0.55^2 \cdot 0.8^2 + 2 \cdot 0.45 \cdot 0.55 \cdot 0.25 \cdot 0.8 \cdot 0.7$

$\sigma_C^2 = 0.2755$ - שונות

$\sigma = \sqrt{0.2755} = 52.49\%$ - (פיזור כי בא בין 25 ל 80-)

פיתוח תרגיל 5 (שאלה 3)



	A	B
תשואה	20%	30%
סטיית תקן	10%	20%

$\sigma_{AB}=0.1$

#מסקנה מעניין שהשילוב סטיית תקן פחות 10%, יוביל אותנו אל כספו ב- A?
לא נכון. תישובים ל (באותו סיכון מגיעים לתשואה יותר גבוהה)

#נחשב סטיית תקן, לכן מתבוננים בנוסחה זו

$$\sigma_C^2=w_A^2\cdot\sigma_A^2+w_B^2\cdot\sigma_B^2+\cancel{2\cdot w_A\cdot w_B\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot(\rho_{AB}=0)}$$

$$\sigma_C^2=w_A^2\cdot\sigma_A^2+(1-w_A)^2\cdot\sigma^2$$

$$bc^2=w_A^2\sigma^2+(1-2w_A+w_A^2\cdot\sigma_B^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(1-w_A)\cdot(1-w_A)$$

$$0.1^2=w_A^2\cdot 0.1^2+(1-2w_A+w_A^2)\cdot 0.2^2$$

$$0.1^2=0.1^2\cdot w_A^2+0.2^2-0.2^2\cdot 2w_A+0.2^2w_A^2$$

$$0.01=0.01w_A^2+0.4-0.08w_A+0.04w_A^2$$

$$0=0.05w_A^2-0.08w_A+0.03$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{B^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}$$

mode 5 -> 3 ->

a	b	c
0.05	-0.08	0.03

$\rightarrow$ $x_1=1$ ⇐ התקציר A

$w_A=x_2=0.6$

$w_A=60\%$ $w_B=40\%$

⇐

$$E(R_C) = w_A \cdot E(R_C) + w_B \cdot E(R_B)$$

$$E(R_C) = 0.60 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.3 =$$

$$E(R_C) = 24\%$$

כלכלה — המחיר מניות

- מה יעשה בהמשך כמה הרווח יהיה גדל
- בגלל מדיניות הממשלה
- הרווח מגיעה פיבוקרים.
- כאשר מחיר מניה עולה אז לא הפסדים ומגיע אחרי מחיר.
- הבעיה בחברה/פירמה קטנה מה שזה פחדים מבלי הרווח
- מגיע מן מעבר הון מהבנק ההוראה

תרגיל 5:

שאלה (1)

$$P_0 = \frac{D_1}{r-g} = \frac{D_0(1+g)}{r-g}$$ - נוסחת גורדון עבור שלב אחרון בצמיחה

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n} \quad / \quad FV = PV(1+r)^n$$

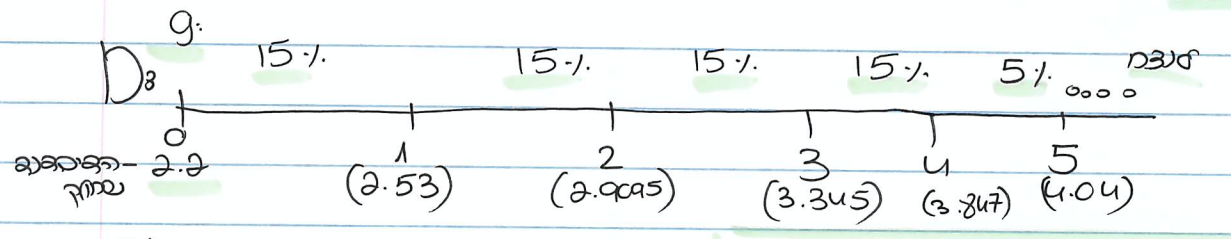
הנתונים:

✓ הנאמרכאים בדר צמיחה

בלוח הכרכ את הנתונים לפי הדר צמיחה - חישוב הנתונים (g)

3 הנתונים הנותרים. הין. (הנתונים הם לדוגמה)

שלב 1:



שיעור ההיוון - $r = 13\%$

$D_0 = 2.2$

#בכדי לעבור את כל הנתונים לכל הנתונים. $D_1, D_2, D_3 \ldots$

שלב שני בחישובים

$D_1 = D_0(1+g)^1 =$

$D_1 = 2.2 \cdot (1+0.15)^1 = 2.53$

$D_2 = D_1 \cdot (1+g)^1 \quad / \quad D_0 \cdot (1+g)^n$ (כלומר)

$D_2 = 2.2 \cdot (1+0.15)^2 = 2.9095$

$D_3 = 2.2 \cdot (1+0.15)^3 = 3.345$

$D_4 = 2.2 \cdot (1+0.15)^4 = 3.847$

$D_5 = \cancel{2.2 \cdot (1+0.05)^5 = 4.04} \quad 2.2 \cdot (1+0.15)^4 \cdot (1+0.05)^1 = 4.04$

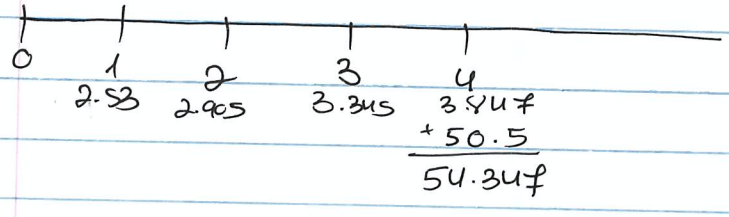
↓

אבל שכבר ב D הראשון, ברוב המקרים אם אות ה 5%.

שלב שלישי: לחלק את הרעיון ל-2 חלקים:

$$P_4 = \frac{D_5}{r-g} = \frac{4.04}{(0.13-0.05)} = 50.5$$

סעיף ד המשך...



כל מספר יכול להופיע.

מסך 2 הפלגה 33

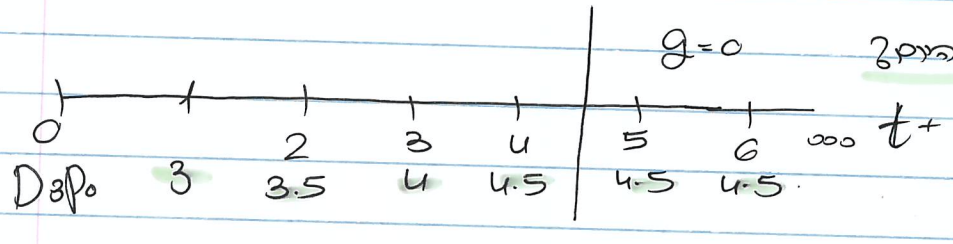
$$P_0 = \frac{54.347}{(1+0.13)^4} + \frac{3.345}{(1+0.13)^3} + \frac{2.905}{(1+0.13)^2} + \frac{2.53}{(1+0.13)^1} = 40.164$$

שאלה 2:

הנושא:

$r = 15\%$

מה שווי הנכס היום?



כי אין בנוסחה 0 ב-g

ומאחר שהנוסחה עדיין מניחה אותן צורתן

$$P_0 = \underbrace{\frac{3}{(1+0.15)^1} + \frac{3.5}{(1+0.15)^2} + \frac{4}{(1+0.15)^3}}_{7.885} + \frac{\frac{4.5}{0.15-0}}{(1+0.15)^3} = 27.61$$

מלבן שלם כי בדיוק לפני ה-0

בנוסחה עלינו לשים תנאי שיכריחו אותו

שאלה 3:

$g = 4\%$

$D_0 = 5$ - שנה עברה פיבוא

$r = 10\%$ - שיעור הנוסחה

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{r-g}$$

$$P_0 = \frac{5(1+0.04)}{0.1-0.04} = 86.666$$

שאלה 4:

$g = 10\%$

$D_0 = 20$

עבור הרמה הנוכחית מ' כלי הנגינה, אם עבור הנכס שווי הנכס הוא 150?

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{r-g} = 150 = \frac{20\cdot(1+0.1)}{r-0.1} = 22$$

$150\cdot(r-0.1) = 22$

$150r - 15 = 22$

$150r = 37 \quad /:150$

$r = 0.2467 \rightarrow 24.67\%$

דוגמה

שאלה 5-

חברה רווחי הון שלה צפויים לגדול בקצב של 20, המחיר הנוכחי שלה 420 ש"ח, ודרישת התשואה לדרישת ההון היא 10%, מניה מחזיקה בעבר ב 420, מהו שיעור הצמיחה בדיבידנד?

$D_0 = 20$

$r = 10\% \rightarrow 0.10$

$g = ?$

$$420 = \frac{20 \cdot (1+g)}{0.1 - g}$$

$\rightarrow$ מכפלת את המכנה

$\downarrow$

$$420 \cdot (0.1 - g) = 20 \cdot (1+g)$$

$$42 - 420g = 20 + 20g$$

$$22g = 440g$$

$$g = 0.05 \rightarrow 5\%$$

P_0 = מחיר המניה

D_0 - דיבידנד שחולק

שאלה 6 הדיבידנד המשולם הינו בסך 3 ש"ח המחיר הנוכחי 0%

בשנה (2), 5% בשנה (3), 10% בשנה (4) והלאה.

דרישת המשקיעים לתשואה 15%, מחיר המניה היא 49.87 ש"ח, מהו הערך הפנוי של הדיבידנד בשנה הבאה? (D_1)

g: $r = 0.15$ 0% 5% 10% ... אינסוף

שלב א'

0	1	2	3	4 ... אינסוף
P_0: 49.87	D_1 (?)	D_1	$1.05D_1$	$1.155D_1$

שלב ב' חישוב g

$$D_2 = \overset{\text{נתון}}{D_1}(1+g) = D_1 \cdot (1+0) = D_1$$

$$D_3 = D_2(1+g) = D_1(1+0.05) = 1.05D_1$$

$$D_4 = D_3 \cdot (1+g) = 1.05D_1 \cdot (1+0.1) = 1.155D_1 \ldots$$

$\downarrow$

שלב ג' - היון g

$$P_0 = 49.87 = \frac{D_1}{(1+0.15)^1} + \frac{D_1}{(1+0.15)^2} + \frac{1.05D}{(1+0.15)^3} + \frac{\frac{1.155D_1}{0.15-0.1}}{(1+0.15)^3}$$

$\leftarrow$

המשך...

⑥ #אם יש את הרווח D_1 המתמשך הנשאים 1
אז הערך של ההשקעה?

$$P_0 = 49.87 = 0.869D_1 + 0.756D_1 + 0.69D_1 + 15.188D_1$$

17.53/

$$49.87 = 17.53D_1$$

$$D_1 = 2.844$$

הערות לפרק שבוע 3 CML

1. אנחנו מניחים שיכולים לשאול את הון המלוה הבא שעוד מעבר לריבית Rf מה שאומר כי, Rf - 0 שעוד מעבר לריבית חסר סיכון. (הנחה הפוכה) יהיו. אנחנו מעבירים מהמלוה הסיכון שלו הון המלוה (הנחה מלאה 3 מתוכה)

2. עם מעבר מהשוק הסיכון של המלוה לא משפיע על הון המלוה, הוא כן משפיע היכן המלוה נמצא ביחס לפי CML, כלומר אין קשר בין עדפות ~~[illegible]~~ הסיכון של המלוה לבחירת הון המלוה.

SML

הנושא כבר נלמד בחלק מן הקורסים הקודמים.
"לא הקפה" יהיה מהווה אינדקס הכי יחודי, מלבד הקיר, הקיר
מן הנתונים הקבועים אותך לך הקיר אם מה SML.
הנתונים כבר נמצא בתוך הטבלה אם הכוונה P_i (i-כבר הנתון
הכוונה הנתונים הקבועים מלא